

2.1

- a) Suoran yhtälö on muotoa $y = kx + s$.

Suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -5)$, joten vakiotermi $s = -5$.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$\begin{aligned}k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\&= \frac{4 - (-5)}{3 - 0} \\&= \frac{9}{3} \\&= 3\end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(0, -5)$ ja $(3, 4)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = 3x - 5$.

$y = kx + s$, missä
 $k = 3$ ja $s = -5$

- b) Tutkitaan, toteuttaako piste $(-18, -59)$ suoran yhtälön.

$$\begin{aligned}y &= 3x - 5 \\-59 &= 3 \cdot (-18) - 5 \\-59 &= -54 - 5 \\-59 &= -59 \\&\text{tosi}\end{aligned}$$

Sijoitetaan $x = -18$ ja $y = -59$.
Sievennetään yhtälön
oikea puoli.

Piste $(-18, -59)$ toteuttaa suoran yhtälön, joten piste on suoralla.

Vastaus

- a) $y = 3x - 5$
b) on

2.2

- a) Tutkitaan, toteuttaako piste $(-3, 8)$ suoran yhtälön $y = -x + 5$.

$$y = -x + 5$$

$$8 = -(-3) + 5$$

$$8 = 3 + 5$$

$$8 = 8$$

tosi

Sijoitetaan $x = -3$ ja $y = 8$.

Sievennetään yhtälön

oikea puoli.

Piste $(-3, 8)$ toteuttaa suoran yhtälön, joten piste on suoralla.

- b) Tutkitaan, toteuttaako piste $(-3, 8)$ suoran yhtälön $y = \frac{1}{6}x + 9$.

$$y = \frac{1}{6}x + 9$$

$$8 = \frac{1}{6} \cdot (-3) + 9$$

$$8 = \frac{3}{6} + 9$$

$$8 = \frac{1}{2} + 9$$

$$8 = 9\frac{1}{2}$$

epätosi

Sijoitetaan $x = -3$ ja $y = 8$.

Sievennetään yhtälön

oikea puoli.

Piste $(-3, 8)$ ei toteuta suoran yhtälöä, joten piste ei ole suoralla.

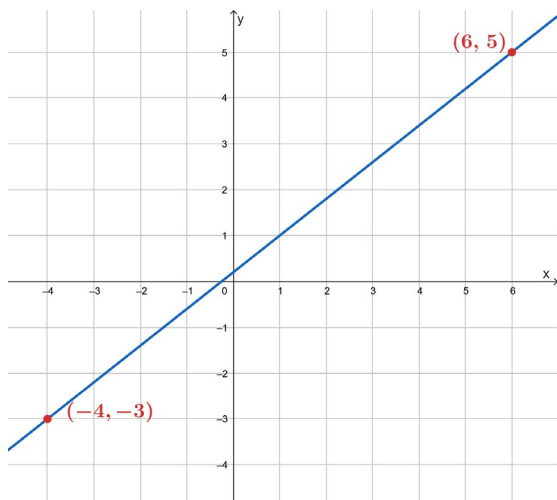
Vastaus

a) on

b) ei ole

2.3

- a) Merkitään pisteet $(-4, -3)$ ja $(6, 5)$ koordinaatistoon syöttämällä geometriaohjelmaan niiden koordinaatit. Piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.



Valitaan geometriaohjelmassa suoran yhtälön esitysmuoto, jossa y on ratkaistu.

Suoran yhtälö on $y = 0,8x + 0,2$.

- b) Suoran $y = 0,8x + 0,2$ kulmakerroin $k = 0,8$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0; 0,2)$.

Vastaus

- a) $y = 0,8x + 0,2$
b) Suoran kulmakerroin on $0,8$ ja y -akselin leikkauspiste $(0; 0,2)$.

2.4

Suoran $y = kx + s$ kulmakerroin on k , ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, s)$.

- a) Suoran $y = 12x - 30$ kulmakerroin $k = 12$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -30)$.
- b) Suoran $y = x + 2$ kulmakerroin $k = 1$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 2)$.
- c) Suoran $y = \frac{2}{3}x$ yhtälön voi kirjoittaa myös muodossa $y = \frac{2}{3}x + 0$.
Suoran kulmakerroin $k = \frac{2}{3}$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 0)$ eli origossa.
- d) Suoran $y = 7 - 3x$ yhtälö ratkaistussa muodossa on $y = -3x + 7$.
Suoran kulmakerroin $k = -3$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 7)$.
- e) Suoran $y = 5$ yhtälön voi kirjoittaa myös muodossa $y = 0x + 5$.
Suoran kulmakerroin $k = 0$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 5)$.

Vastaus

- a) $k = 12, (0, -30)$
b) $k = 1, (0, 2)$
c) $k = \frac{2}{3}, (0, 0)$
d) $k = -3, (0, 7)$
e) $k = 0, (0, 5)$

2.5

- a) Sijoitetaan $x = \frac{5}{6}$ suoran yhtälöön ja ratkaistaan y .

$$y = \frac{3}{2}x + 1$$

$$\text{Sijoitetaan } x = \frac{5}{6}.$$

$$y = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{6} + 1$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$y = \frac{9}{4}$$

Suoran piste on $(\frac{5}{6}, \frac{9}{4})$.

- b) Sijoitetaan $y = 3$ suoran yhtälöön ja ratkaistaan x .

$$y = \frac{3}{2}x + 1$$

$$\text{Sijoitetaan } y = 3.$$

$$3 = \frac{3}{2}x + 1$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = \frac{4}{3}$$

Suoran piste on $(\frac{4}{3}, 3)$.

Vastaus

a) $(\frac{5}{6}, \frac{9}{4})$

b) $(\frac{4}{3}, 3)$

2.6

Suoran $y = kx + s$ kulmakerroin on k , ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, s)$.

- a) Suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -4)$. Suoran kulmakerroin on $\frac{2}{5}$.

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y = kx + s$$

Sijoitetaan $k = \frac{2}{5}$ ja $s = -4$.

$$y = \frac{2}{5}x + (-4)$$

$$y = \frac{2}{5}x - 4$$

- b) Suora leikkaa y -akselin kohdassa $y = 9$, eli pisteessä $(0, 9)$. Suoran kulmakerroin on -1 .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y = kx + s$$

Sijoitetaan $k = -1$ ja $s = 9$.

$$y = -1x + 9$$

$$y = -x + 9$$

- c) Suora leikkaa y -akselin origossa, eli pisteessä $(0, 0)$. Suoran kulmakerroin on 6 .

Muodostetaan suoran yhtälö.

$$y = kx + s$$

Sijoitetaan $k = 6$ ja $s = 0$.

$$y = 6x + 9$$

$$y = 6x$$

Vastaus

a) $y = \frac{2}{5}x - 4$

b) $y = -x + 9$

c) $y = 6x$

2.7

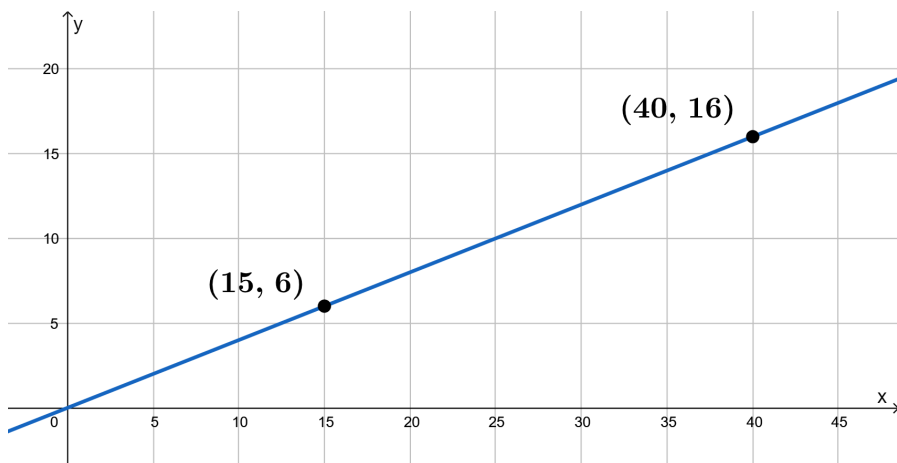
Valitaan x -akseli kuvaamaan aikaa (min) ja y -akseli kuljettua matkaa (km).

Ilkka lähtee liikkeelle origosta, eli pisteestä $(0, 0)$.

Ajettuaan 15 minuuttia hän on edennyt 6,0 km, eli päätynyt pisteeseen $(15, 6)$.

Ajettuaan 40 minuuttia hän on edennyt 16 km, eli päätynyt pisteeseen $(40, 16)$.

Piirretään suora käyttäen näitä pisteitä.



- a) Suora leikkaa y -akselin origossa, eli pisteessä $(0, 0)$.
Vakiotermin on siis $s = 0$.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$\begin{aligned} k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{16 - 6}{40 - 15} \\ &= \frac{10}{25} \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(15, 6)$ ja $(40, 16)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = 0,4x + 0$, eli $y = 0,4x$.

- b) Kulmakerroin ilmaisee Ilkan pyöräilynopeuden.

Nopeus on $0,4 \text{ km/min}$, eli $0,4 \cdot 60 = 24 \text{ (km/h)}$.

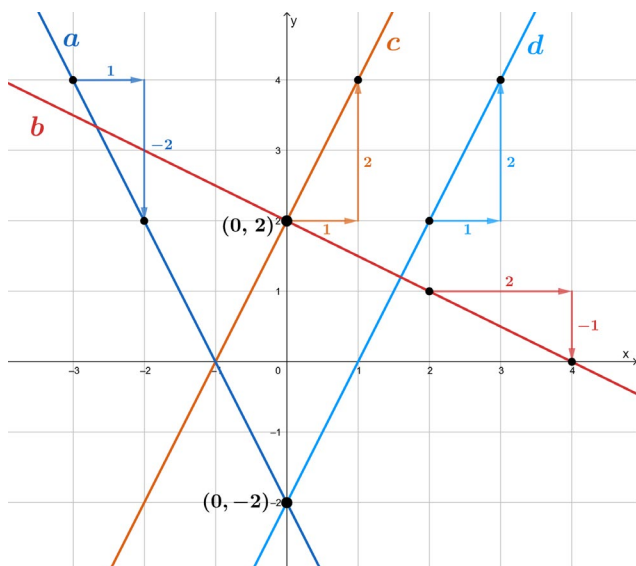
Vastaus

- a) $y = 0,4x$
b) Kulmakerroin ilmaisee Ilkan pyöräilynopeuden $0,4 \text{ km/min}$
($= 24 \text{ km/h}$).

2.8

Määritetään kuvan avulla suoran kulmakerroin ja luetaan kuvasta, missä pisteessä suora leikkaa y -akselin.

Kulmakerroin määritetään valitsemalla suoralta kaksi pistettä ja laskemalla koordinaattien muutokset ruudukon avulla.



Suora a

Suoran a kulmakerroin on $k_a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{1} = -2$.

Suora a leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -2)$.

Suoran yhtälö on $y = -2x - 2$, eli vaihtoehto 5.

Suora *b*

Suoran *b* kulmakerroin on $k_b = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.

Suora *b* leikkaa *y*-akselin pisteessä (0, 2).

Suoran yhtälö on $y = -\frac{1}{2}x + 2$, eli vaihtoehto 2.

Suora *c*

Suoran *c* kulmakerroin on $k_c = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$.

Suora *c* leikkaa *y*-akselin pisteessä (0, 2).

Suoran yhtälö on $y = 2x + 2$, eli vaihtoehto 1.

Suora *d*

Suoran *d* kulmakerroin on $k_d = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$.

Suora *d* leikkaa *y*-akselin pisteessä (0, -2).

Suoran yhtälö on $y = 2x - 2$, eli vaihtoehto 4.

Vastaus

a-5, b-2, c-1, d-4

2.9

- a) Suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 15)$.

Lasketaan suoran kulmakerroin.

$$\begin{aligned}k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\&= \frac{0 - 15}{5 - 0} \\&= \frac{-15}{5} \\&= -3\end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(0, 15)$ ja $(5, 0)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = -3x + 15$.

$y = kx + s$, missä $k = -3$ ja $s = 15$.

- b) Tutkitaan, toteuttaako piste $(-4, 26)$ suoran yhtälön.

$$y = -3x + 15$$

$$26 = -3 \cdot (-4) + 15$$

$$26 = 12 + 15$$

$$26 = 27$$

epätosi

Sijoitetaan $x = -4$ ja $y = 26$.

Sievennetään yhtälön oikea puoli.

Piste $(-4, 26)$ ei toteuta suoran yhtälöä, joten piste ei ole suoralla.

Vastaus

- a) $y = -3x + 15$

- b) ei ole

2.10

Appletin perusteella nähdään, että suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 4)$ tai $(0, -4)$.

Lasketaan suoran kulmakerroin, kun suoran ja y -akselin leikkauspiste on $(0, 4)$.

$$\begin{aligned}k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\&= \frac{0 - 4}{-8 - 0} \\&= \frac{-4}{-8} \\&= 0,5\end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(0, 4)$ ja $(-8, 0)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = 0,5x + 4$. $y = kx + s$, missä $k = 0,5$ ja $s = 4$.

Lasketaan suoran kulmakerroin, kun suoran ja y -akselin leikkauspiste on $(0, -4)$.

$$\begin{aligned}k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\&= \frac{0 - (-4)}{-8 - 0} \\&= \frac{4}{-8} \\&= -0,5\end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(0, -4)$ ja $(-8, 0)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = -0,5x - 4$.

$y = kx + s$, missä $k = -0,5$ ja $s = -4$.

Vastaus

$$y = 0,5x + 4 \quad \text{tai} \quad y = -0,5x - 4$$

2.11

Piste on suoralla täsmälleen silloin, kun se toteuttaa suoran yhtälön.

- a) Tutkitaan, millä vakion s arvoilla piste $(4, 1)$ toteuttaa suoran yhtälön.

$$y = -1,5x + s$$

$$1 = -1,5 \cdot 4 + s$$

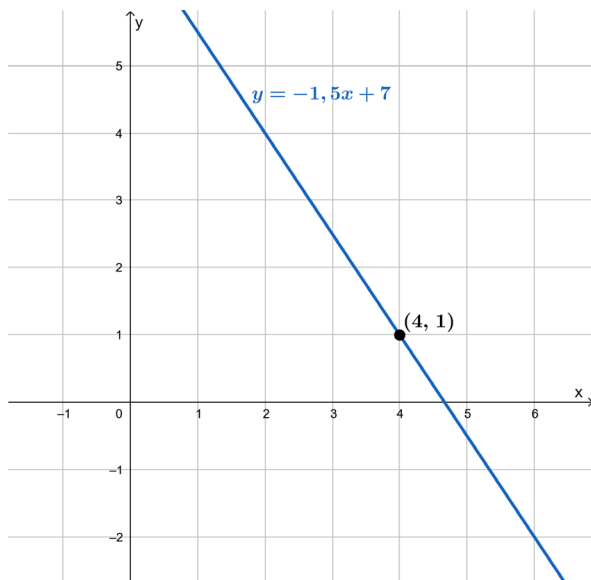
$$s = 7$$

Sijoitetaan $x = 4$ ja $y = 1$.

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Pisteen $(4, 1)$ arvot toteuttavat suoran yhtälön vakiotermin s arvolla $s = 7$. Suoran yhtälö on tällöin $y = -1,5x + 7$.

Tarkistetaan piirtämällä.



- b) Tutkitaan, millä vakion s arvoilla piste $(4, 1)$ toteuttaa suoran yhtälön.

$$y = \frac{2}{3}x + s$$

Sijoitetaan $x = 4$ ja $y = 1$.

$$1 = \frac{2}{3} \cdot 4 + s$$

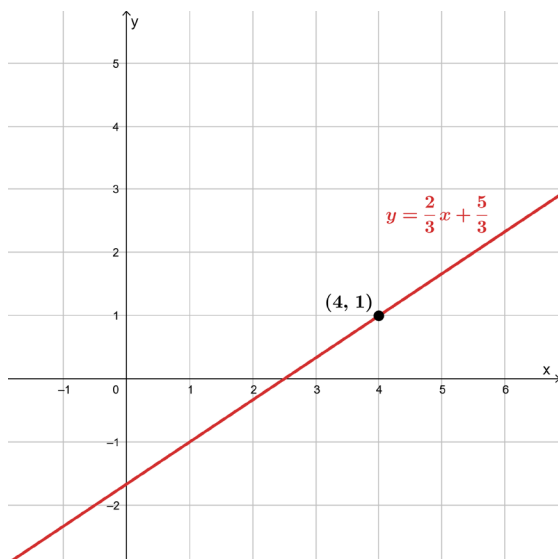
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$s = -\frac{5}{3}$$

Pisteen $(4, 1)$ arvot toteuttavat suoran yhtälön vakiotermin s arvolla

$s = -\frac{5}{3}$. Suoran yhtälö on tällöin $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$.

Tarkistetaan piirtämällä.

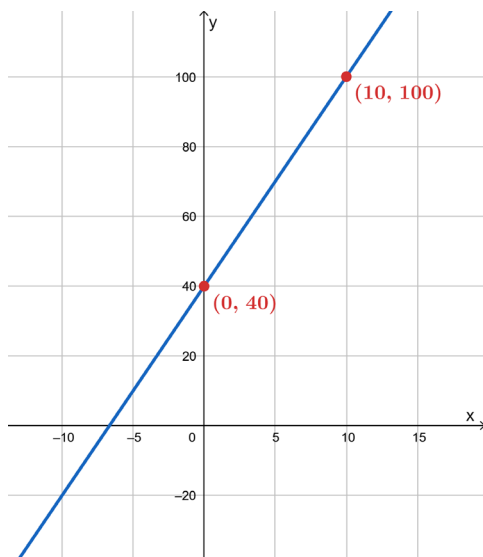


Vastaus

a) $s = 7$

b) $s = -\frac{5}{3}$

2.12



a) Suoran yhtälö on muotoa $y = kx + s$.

Suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 40)$, joten vakiotermi $s = 40$.

Lasketaan suoran kulmakerroin k .

$$\begin{aligned} k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{100 - 40}{10 - 0} \\ &= \frac{60}{10} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Suora kulkee pisteiden
 $(0, 40)$ ja $(10, 100)$ kautta.

Suoran yhtälö on $y = 6x + 40$.

$y = kx + s$, missä
 $k = 6$ ja $s = 40$

b) Tutkitaan, toteuttaako piste $(20, 150)$ suoran yhtälön.

$$y = 6x + 40$$

$$150 = 6 \cdot 20 + 40$$

$$150 = 120 + 40$$

$$150 = 160$$

epätosi

Sijoitetaan $x = 20$ ja $y = 150$.

Sievennetään yhtälön

oikea puoli.

Piste $(-18, -59)$ ei toteuta suoran yhtälöä, joten piste ei ole suoralla.

Vastaus

a) $y = 6x + 40$

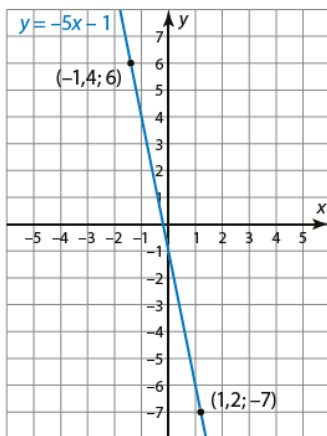
b) ei ole

2.13

- a) Merkitään pisteet $(-1\frac{2}{5}, 6) = (-1,4; 6)$ ja $(1\frac{1}{5}, -7) = (1,2;-7)$ koordinaatistoon syöttämällä geometriaohjelmaan niiden koordinaatit.

Piirretään pisteiden kautta kulkeva suora.

Suoran yhtälö on $y = -5x - 1$.



- b) Suoran $y = -5x - 1$ kulmakerroin $k = -5$ ja suora leikkaa y-akselin pisteessä $(0, -1)$.

Vastaus

a) $y = -5x - 1$

- b) Suoran kulmakerroin on -5 ja y-akselin leikkauspiste $(0, -1)$.

2.14

a) Sijoitetaan $x = -\frac{49}{20}$ suoran yhtälöön ja ratkaistaan y .

$$y = -\frac{5}{7}x + 4$$

Sijoitetaan $x = -\frac{49}{20}$.

$$y = -\frac{5}{7} \cdot \left(-\frac{49}{20}\right) + 4$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$y = \frac{23}{4}$$

Suoran piste on $\left(-\frac{49}{20}, \frac{23}{4}\right)$.

b) Sijoitetaan $y = 19$ suoran yhtälöön ja ratkaistaan x .

$$y = -\frac{5}{7}x + 4$$

Sijoitetaan $y = 19$.

$$19 = -\frac{5}{7}x + 4$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = -21$$

Suoran piste on $(-21, 19)$.

Vastaus

a) $\left(-\frac{49}{20}, \frac{23}{4}\right)$

b) $(-21, 19)$

2.15

Suoran $y = kx + s$ kulmakerroin on k , ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, s)$.

- a) Suoran $y = -9x + 13$ kulmakerroin $k = -9$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 13)$.
- b) Suoran $y = -8$ yhtälön voi kirjoittaa myös muodossa $y = 0x - 8$. Suoran kulmakerroin $k = 0$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -8)$.
- c) Suoran $y = \frac{3}{7}x - 14$ kulmakerroin $k = \frac{3}{7}$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, -14)$.
- d) Suoran $y = 18 + 6x$ yhtälö ratkaistussa muodossa on $y = 6x + 18$. Suoran kulmakerroin $k = 6$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 18)$.
- e) Muokataan suoran yhtälö ratkaistuun muotoon.

$$3y = 12 - 6x \quad |:3$$

$$y = 4 - 2x$$

$$y = -2x + 4$$

Suoran kulmakerroin $k = -2$ ja suora leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 4)$.

Vastaus

- a) $k = -9$, $(0, 13)$ b) $k = 0$, $(0, -8)$
- c) $k = \frac{3}{7}$, $(0, -14)$ d) $k = 6$, $(0, 18)$
- e) $k = -2$, $(0, 4)$

2.16

Suorat ovat yhdensuuntaiset täsmälleen silloin, kun niiden kulmakertoimet ovat yhtä suuret, tai suorat ovat y -akselin suuntaisia.

Selvitetään suorien kulmakertoimet.

- a) Suoran $y = 3x - 1$ kulmakerroin on 3 .
- b) Suoran $y = 3$ kulmakerroin on 0 .
- c) Suoran $y = -x$ kulmakerroin on -1 .
- d) Suoran $y = x - 4$ kulmakerroin on 1 .
- e) Suoran $y = 3x - 4$ kulmakerroin on 3 .
- f) Suoran $y = 3 - x$ eli $y = -x + 3$ kulmakerroin on -1 .

Yhdensuuntaisia keskenään ovat

a-kohdan suora $y = 3x - 1$ ja e-kohdan suora $y = 3x - 4$ (molempien kulmakerroin on 3),

sekä

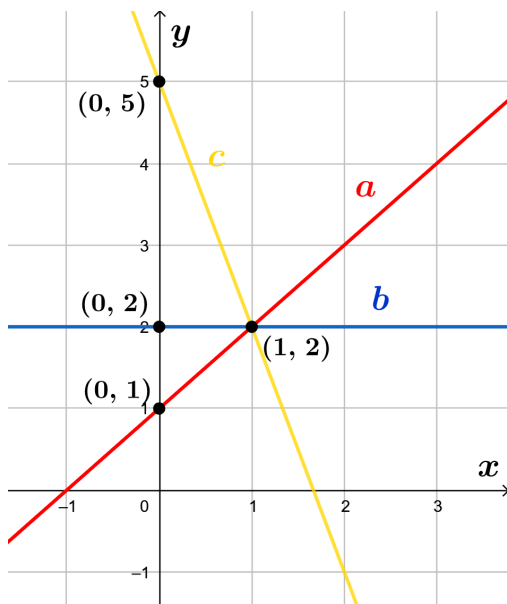
c-kohdan suora $y = -x$ ja f-kohdan suora $y = 3 - x$ (molempien kulmakerroin on -1).

Vastaus

a ja e, c ja f

2.17

Valitaan suorilta kaksi pistettä, ja lasketaan suorien kulmakertoimet.



Suora a kulkee pisteiden $(0, 1)$ ja $(1, 2)$ kautta.
Määritetään suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{2-1}{1-0} = \frac{1}{1} = 1$$

Suora a leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 1)$, joten suoran yhtälön vakiotermi on 1.

Suoran a yhtälö on $y = x + 1$.

Suora b on vaakasuora, eli sen kulmakerroin on 0 , ja se kulkee pisteen $(0, 2)$ kautta.

Suoran b yhtälö on $y = 2$.

Suora c kulkee pisteiden $(0, 5)$ ja $(1, 2)$ kautta.

Määritetään suoran kulmakerroin.

$$k = \frac{2-5}{1-0} = \frac{-3}{1} = -3$$

Suora c leikkaa y -akselin pisteessä $(0, 5)$, joten suoran yhtälön vakiotermi on 5 .

Suoran c yhtälö on $y = -3x + 5$.

Vastaus

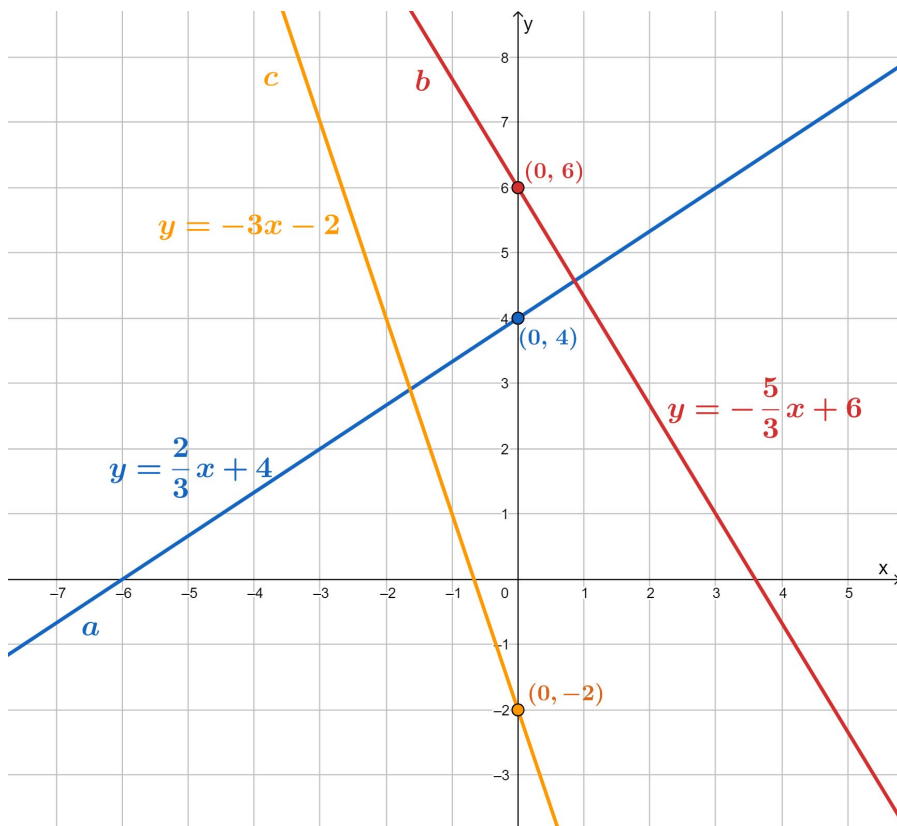
suora a : $y = x + 1$

suora b : $y = 2$

suora c : $y = -3x + 5$

2.18

Suoran $y = kx + s$ kulmakerroin on k ja se leikkaa y -akselin pisteessä $(0, s)$. Merkitään koordinaatistoon suoran ja y -akselin leikkauspiste ja piirretään suora kulmakertoimen avulla.



2.19

Suoran pisteen koordinaatit x ja y ovat yhtä suuret, kun $y = x$. Piste on tällöin muotoa (x, x) .

Sijoitetaan $y = x$ suoran yhtälöön ja ratkaistaan x .

$$y = \frac{1}{4}x - 1$$

Sijoitetaan $y = x$.

$$x = \frac{1}{4}x - 1 \quad | \cdot 4$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = -\frac{4}{3}$$

Pisteen x - ja y -koordinaatit ovat yhtä suuret

suoran pisteessä $(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$.

Vastaus

$$(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3})$$

2.20

Suora kulkee pisteen kautta täsmälleen silloin, kun piste toteuttaa suoran yhtälön.

- a) Tutkitaan, millä kulmakertoimen k arvoilla piste $(4, 2)$ toteuttaa suoran yhtälön.

$$y = kx - \frac{2}{3}$$

Sijoitetaan $x = 4$ ja $y = 2$.

$$2 = k \cdot 4 - \frac{2}{3}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$k = \frac{2}{3}$$

Suora kulkee pisteen $(4, 2)$ kautta kulmakertoimen arvolla $k = \frac{2}{3}$.

- b) Tutkitaan, millä kulmakertoimen k arvoilla piste $(4, -4)$ toteuttaa suoran yhtälön.

$$y = kx - \frac{2}{3}$$

Sijoitetaan $x = 4$ ja $y = -4$.

$$-4 = k \cdot 4 - \frac{2}{3}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$k = -\frac{5}{6}$$

Suora kulkee pisteen $(4, 2)$ kautta kulmakertoimen arvolla $k = -\frac{5}{6}$.

Vastaus

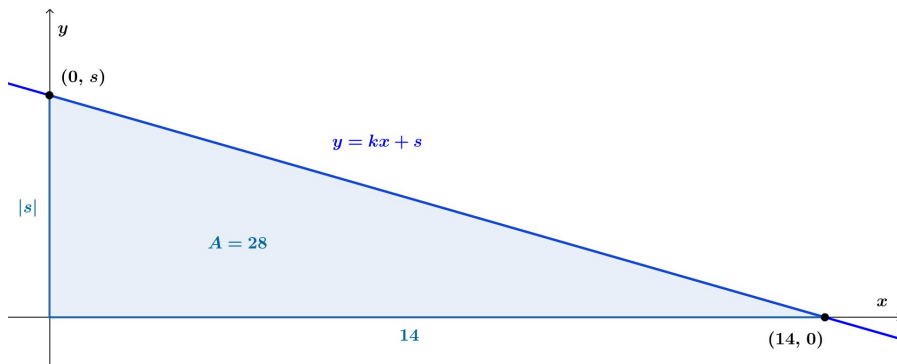
a) $k = \frac{2}{3}$

b) $k = -\frac{5}{6}$

2.21

Suoran ja y -akselin leikkauspiste on $(0, s)$.

Suoran ja x -akselin leikkauspiste on $(14, 0)$. Hahmotellaan mallikuva.



Kolmion kannan pituus on 14 ja korkeus on $|s|$ (korkeuden on oltava positiivinen, siksi itseisarvomerkit).

Muodostetaan yhtälö kolmion pinta-alan avulla ja ratkaistaan s .

$$28 = \frac{14 \cdot |s|}{2} \quad | \cdot 2$$

$$56 = 14 \cdot |s| \quad | : 14$$

$$4 = |s|$$

$$|s| = 4$$

$$s = 4 \text{ tai } s = -4$$

$$A = \frac{1}{2}ah, \text{ missä } A = 28, a = 14 \text{ ja } h =$$

Määritetään suoran yhtälö, kun $s = -4$.

Suora kulkee pisteiden $(0, -4)$ ja $(14, 0)$ kautta.

Suoran kulmakerroin on $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - (-4)}{14 - 0} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$.

Suoran yhtälö on $y = \frac{2}{7}x - 4$.

Määritetään suoran yhtälö, kun $s = 4$.

Suora kulkee pisteiden $(0, 4)$ ja $(14, 0)$ kautta.

Suoran kulmakerroin on $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{14 - 0} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}$.

Suoran yhtälö on $y = -\frac{2}{7}x + 4$.

Vastaus

$$y = \frac{2}{7}x - 4 \quad \text{tai} \quad y = -\frac{2}{7}x + 4$$